

Colección “Matemática Educativa y Tecnología”

**APLICACIONES SOBRE LA
MODELACIÓN, LA
VISUALIZACIÓN Y USO DE
REPRESENTACIONES EN LA ERA
NUMÉRICA**

Editores:

Dávila Araiza , María Teresa

Romero Félix, César Fabián

Hitt, Fernando

Colección: Matemática Educativa y Tecnología

Editores de la colección:

Fernando Hitt Espinosa

José Carlos Cortés Zavala

Comité Editorial

María Teresa Dávila Araiza

Universidad de Sonora

México

César Fabián Romero Félix

Universidad de Sonora

México

Fernando Hitt Espinosa

Université du Québec à Montréal

Canada.

Primera edición: 20 de noviembre de 2023

Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y
uso de representaciones en la era numérica

Dávila Araiza, M.T., Romero Félix C.F y Hitt, F.
(Eds.)

México: Editorial AMIUTEM

(Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-3-2

Prólogo

Irene Vallejo, la joven promesa de la literatura Española, en su libro “El Infinito en un Junco” inicia su obra diciendo:

“Misteriosos grupos de hombres a caballo recorren los caminos de Grecia. Los campesinos los observan con desconfianza desde sus tierras o desde las puertas de sus cabañas. La experiencia les ha enseñado que solo viaja la gente peligrosa: soldados, mercenarios y traficantes de esclavos. Arrugan la frente hasta que los ven hundirse otra vez en el horizonte. No les gustan los forasteros armados.

Los jinetes cabalgan sin fijarse en los aldeanos. Para cumplir su tarea deben aventurarse por los violentos territorios de un mundo en guerra casi permanente”

Más adelante nos informa, que esa tarea que deben cumplir, y que fue un encargo del Rey de Egipto (Ptolomeo III), es buscar Libros, todo tipo de libros y que serán almacenados en la gran Biblioteca de Alejandría.

Irene menciona “La invención de los libros ha sido tal vez el mayor triunfo en nuestra terca lucha contra la destrucción”.

Quise retomar la visión de Irene Vallejo como el inicio del prólogo, para reafirmar que cada libro que se escribe es importante para la humanidad. Así que mi querido lector, todos los autores de este material te agradecemos por haber abierto estas paginas y esperamos que encuentres en este libro beneficios.

El libro “*Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*” es la parte práctica del libro anterior llamado “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”, por lo que es conveniente retomar lo escrito por Esnel Pérez, autor del prólogo del libro “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”. Pérez menciona lo siguiente:

“El título mismo, *Modelación, Visualización y Representaciones en la Era Numérica*, me llevó a preguntarme ¿cuál es la significación que a partir de la lectura del texto habría de encontrar para tal expresión?

El título me permitió suponer que el contenido está articulado sobre tres grandes ejes de discusión, importantes por demás en Educación Matemática: Modelación, Visualización y Representaciones; que, si bien son distinguibles uno del otro, no se excluyen mutuamente; además de un cuarto eje, el uso de tecnología (designado implícitamente por la expresión “En la Era Numérica”), que se entrecruza con los tres primeros.”

En este nuevo libro encontrarás algunas aplicaciones de las temáticas tratadas en el volumen anterior. Se compone de quince capítulos y cada uno de ellos se desarrolla proponiendo una actividad de aprendizaje.

En el capítulo uno, Del Castillo, Ibarra y Armenta desarrollan una secuencia didáctica o actividad para el aula partiendo de una situación cotidiana la Señalización de protección civil. Mencionan

“La estructura de la secuencia didáctica incluye actividades de apertura, desarrollo y cierre, acorde al planteamiento de Díaz-Barriga (2013), y es consistente con los planes y programas vigentes del bachillerato en México (SEP, 2017). Para el desarrollo de la secuencia se han incluido momentos de trabajo individual, en equipos y grupal. La reflexión individual, las interacciones con el grupo y con el profesor son importantes para promover los momentos de argumentación y la negociación de los significados construidos.

Boissinotte, en el capítulo dos propone una actividad para encontrar el mejor costo para instalar un cable, menciona “Nuestro objetivo es lograr que los estudiantes (futuros profesores de secundaria) reconozcan el potencial de Modelado 3D producido en software de geometría dinámica para resolver ciertos Problemas que involucran visualización espacial”. Recomienda, como metodología de trabajo, ACODESA¹ y propone su actividad a través de seis bloques.

Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones es el capítulo tres, los autores, Soto, Urrea Bernal y Romero hacen uso del GeoGebra para tratar las operaciones entre vectores, proponen tres secuencias didácticas donde cada una de ellas se compone de actividades para el aula.

En capítulo cuatro, escrito por Martínez y Olvera, proponen una actividad relacionada con las horas de luz solar, con esta actividad mencionan que pretenden “Que los estudiantes generen un modelo matemático de un contexto real sobre la duración de luz solar con datos que se pueden recuperar en una base que se actualizan en tiempo real. El contexto propuesto es propicio para promover el estudio de fenómenos reales que involucra periodicidad, por lo que la actividad promueve el estudio de la función seno y/o coseno a través de diferentes representaciones. La actividad se compone de cuatro momentos y cada momento es tratado a través de preguntas.

Modelizar el movimiento uniforme apoyados con un sensor de movimiento para obtener un acercamiento a la función lineal y que los estudiantes comprendan que: la gráfica distancia/tiempo que da el sensor es una representación del movimiento. Es la propuesta de Hernández, Santillán y Pérez y para ello proponen cuatro actividades que son presentadas en el capítulo cinco.

Dando continuidad al capítulo anterior en el capítulo seis los mismos autores proponen otra actividad llamada “Gráficas dinámicas ligadas”, ahí proponen tres actividades que tienen como objetivo descubrir relaciones entre la gráfica de d/t y la de v/t , manipulando la gráfica.

En el capítulo siete Grijalva y Dávila proponen dos actividades didácticas que pretenden apoyar el estudio de la integral mediante el desarrollo de procesos de visualización. Las actividades diseñadas tienen como propósito promover, como punto de partida, el significado de integral como función de área, no el de integral definida como valor fijo correspondiente al área de una región estática.

Zaldívar Rojas y Vega Herrera son los encargados de la escritura del capítulo ocho, en el cual se desarrollan diez actividades para promover el uso de gráficas en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con las cuales intentan promover la visualización matemática.

¹ ACODESA: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autoreflexión

Romero continua, en el capítulo nueve, con actividades para promover la visualización para encontrar raíces de funciones a través del método de Bisección y del Newton-Raphson. La propuesta incluye dos actividades, organizadas en tres etapas cada una: problema inicial, discusión grupal y ejercicios.

El capítulo diez, escrito por Ibarra y Montiel presenta la situación de estimar la temperatura. Esta actividad se desarrolla en tres etapas y tiene como objetivo que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

Las mismas autoras proponen, en el capítulo once, una actividad sobre Antenas telefónicas como un medio para conceptualizar la mediatriz.

Que los estudiantes aprendan a construir estructuras cognitivas y que ligen los procesos algebraicos en papel y lápiz, junto con los visuales con la ayuda de la geometría dinámica y el Cas de GeoGebra, es el objetivo de la propuesta que desarrolla Hitt en el capítulo doce. Es una actividad que se implementa en el aula utilizando la metodología ACODESA.

Guarín, Parada Rico y Fiallo son los autores de Capítulo trece que lleva por nombre “Nociones de aproximación y Tendencia”. Para los autores una mejor comprensión del concepto de límite de una función en un punto es el que los estudiantes tengan idea de lo que es una aproximación y una tendencia. El Capítulo se desarrolla a través de cinco actividades en las cuales se hace uso de un applet realizado en GeoGebra.

En los Capítulos catorce y quince se trabaja la generalización algebraica, en el aprendizaje formal de álgebra. Hitt y Saboya presentan una actividad denominada “El jardín de calabazas” y Hitt y Quiroz proponen la actividad “Rectángulos y círculos”. En ambas actividades se emplea la metodología ACODESA, por lo que se desarrolla la actividad en cinco etapas. En cada una de las actividades se utiliza un applet de GeoGebra.

Así que, estimado lector, esperamos que las actividades presentadas en este volumen te sean de utilidad, es importante aclarar que la editorial AMIUTEM² no persigue fines de lucro, por lo cual los libros editados bajo este sello son de libre circulación y completamente Gratis.

Como parte final de este prologo, recordarte que AMIUTEM es una Asociación formada por profesores de matemáticas de diferentes niveles educativos y que uno de los objetivos sociales que persigue es el de promover el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que ponemos este material en tus manos para que nos ayudes con esta labor.

Morelia, México

José Carlos Cortés Zavala

² Asociación Mexicana de Investigadores en el Uso de Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas.

Contenido

Capítulo 1: Señalización para Protección Civil	1
Ana Guadalupe del Castillo B., Silvia E. Ibarra O., Maricela Armenta C.	
Capítulo 2: Activité pour les futurs enseignants de mathématiques : Recherche du meilleur coût pour l'installation d'un câble	29
Christian Boissinotte	
Capítulo 3: Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones	49
José Luis Soto Munguía, Manuel Alfredo Urrea Bernal, César Fabián Romero Félix.	
Capítulo 4: Horas de luz solar	63
Cesar Martínez Hernández, María del Carmen Olvera Martínez.	
Capítulo 5: Caminando frente al sensor de movimiento	73
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 6: Gráficas dinámicas ligadas	83
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 7: Actividades para la exploración gráfica de la integral y sus propiedades elementales	91
Agustín Grijalva Monteverde, María Teresa Dávila Araiza.	
Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización	101
José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera.	
Capítulo 9: Visualización de métodos numéricos para aproximar raíces de funciones	125
César Fabián Romero Félix	
Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura	149
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 11: Antenas telefónicas	162
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 12: Visualización matemática y GeoGebra	173
Fernando Hitt	
Capítulo 13: Nociones de Aproximación y Tendencia	179
Sergio Alexander Guarín Amorocho, Sandra Evely Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Lea.	
Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles	187

Fernando Hitt, Mireille Saboya.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

199

Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt.

Capítulo 11: Antenas telefónicas

Secuencia didáctica

María Antonieta Rodríguez Ibarra³, Gisela Montiel Espinosa⁴.

Problemática y propósitos de aprendizaje

Que los y las profesoras participantes enriquezcan el significado de la mediatriz a partir de su construcción y análisis.

Conceptos matemáticos involucrados

Generales: Visualización, estimación, representaciones aritméticas y geométricas.

Específicos: Mediatriz, distancias.

Nivel de estudios

Profesores de matemáticas de secundaria.

Total de actividades y duración aproximada

La situación se divide en tres etapas (inicio, desarrollo y cierre) con una duración aproximada de 2 horas

Materiales necesarios

- Hojas de trabajo para cada profesor o profesora participante
- Mapa impreso de la región, juego geométrico, lapices de colores
- Una computadora con GeoGebra para cada profesor o profesora participante. Los applets se diseñaron en GeoGebra clásico, versión 5
- Applets de GeoGebra para las preguntas 9 y 10
- Proyector (para utilizar en discusiones grupales)

Método o recomendaciones de enseñanza

La situación se ha dividido en tres etapas de trabajo las cuales se describen a continuación:

Etapas 1: Inicio (preguntas 1-3)

En esta etapa se trata de que los y las participantes se involucren en el contexto de la situación, que relacionen las antenas telefónicas descritas en la situación con las que han visto en su entorno e iniciar con la discusión respecto a el cómo se distribuyen por la ciudad.

Etapas 2: Desarrollo (preguntas 4-12)

³ Universidad de Sonora, México.

⁴ Cinvestav, México

Antenas telefónicas

En esta etapa se espera que los participantes den respuesta a tareas matemáticas poniendo en uso sus conocimientos, que formulen y validen con o sin uso de tecnología conjeturas, que compartan sus resultados con el grupo.

De las preguntas 4 a la 8 se trata de que las y los participantes trabajen sobre el mapa de papel, haciendo divisiones en regiones dependiendo del número de antenas y las coberturas de éstas. Se espera que los participantes usen el concepto de distancia para hacer las divisiones. Se busca orientar la discusión a que se identifiquen aquellas ubicaciones del mapa que están a la misma distancia entre antenas.

Es importante promover en esta etapa y antes del uso de GeoGebra el trabajo grupal, permitiendo que cada participante presente la división del mapa a fin de comparar y enriquecer la discusión.

En la pregunta 9 se trabajará con un applet de GeoGebra, en donde en pantalla verán el mapa con antenas trabajado anteriormente con la finalidad de que exploren y utilicen las distintas herramientas del software para validar sus respuestas previas.

En la pregunta 10, se trabajará con un applet de GeoGebra, donde será visible la división de regiones, se podrá manipular el número y la posición de las antenas. A partir de la exploración y discusión se espera (en caso de que los participantes no lo hayan mencionado antes) que surja el concepto de mediatriz como lugar geométrico clave para la división de regiones

Etapa 3: Cierre (preguntas 13-17)

En esta etapa de la actividad se espera que las y los participantes puedan hacer conjeturas o conclusiones respecto a cómo se hace la división de regiones dependiendo del número de antenas y poniendo de manifiesto las propiedades geométricas de la mediatriz. Es importante mencionar que el tipo de argumentos que se esperan pueden ser intuitivos y vinculados a la experiencia con el trabajo con los applets de la etapa de desarrollo.

Consideraciones adicionales: A manera de reflexión para las y los profesores participantes, una vez concluida la situación, se podría promover una discusión centrada en como adaptar la situación para ser trabajada con sus estudiantes o en qué otros contextos se pueden abordar lo trabajado en la situación.

Etapa 1: Inicio

Nombre: _____

Fecha: _____

Contesta las preguntas y realiza lo que se solicita en cada una de las actividades de tus hojas de trabajo.

Registra siempre tus respuestas en tus hojas de trabajo, aunque hayas trabajado en equipo.

Trabajo individual

Distintas compañías telefónicas, como parte de sus campañas publicitarias afirman tener cobertura en todo el territorio mexicano, por lo que es cada vez más común ver instalaciones de antenas de telefonía móvil en ciudades y caminos. ¿Sabes cuántas antenas hay instaladas en la ciudad de Hermosillo?, ¿cuál antena es la que proporciona el servicio cuando usas tu celular? Este tipo de cuestionamientos abordaremos en la siguiente actividad



Imagen de antenas satelitales. Tomada de: <https://www.xataka.com.mx/telecomunicaciones/es-oficial-telcel-tambien-compartira-su-red-con-los-usuarios-de-at-t>

1. ¿Has visto este tipo de antenas en la ciudad?, ¿dónde?

2. ¿Qué criterio o consideraciones crees que toman las compañías telefónicas para la distribución e instalación de las antenas a fin de garantizar la mayor cobertura?

Antenas telefónicas

3. En la Figura 1 se muestra la ubicación de dos antenas telefónicas,

a) ¿cuál antena (A1, A2) consideras que reciba la señal de un usuario que esté en el punto C?

b) Explica que consideraciones tomaste para decidir qué antena

Trabajo grupal



c) Comparte tu explicación con el resto de los participantes, ¿hubo diferencias en sus resultados o explicaciones? Describe

Antenas telefónicas

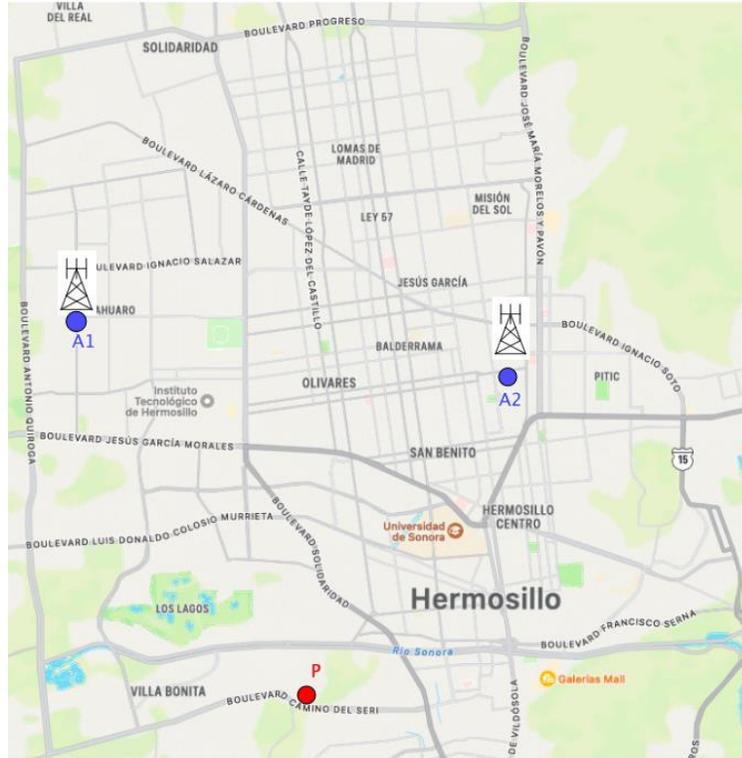


Figura 1. Mapa parcial de Hermosillo con la ubicación de dos antenas

Etapa 2: Desarrollo

Nombre: _____

Fecha: _____

4. Marca en el mapa la región que consideres que le corresponde a cada una de las antenas, utiliza un color diferente para cada región. Explica qué criterio utilizaste para hacer la división

5. ¿Existen ubicaciones que se encuentren a la misma distancia de las antenas?, ¿Cuáles? Márcalos en el mapa

6. ¿Qué criterio crees que se use en los casos de la pregunta anterior para determinar qué antena recibe la señal?

7. Supongamos ahora que tenemos tres antenas, como se muestra en la Figura 2, ¿cuál crees que reciba la señal del punto P? Explica tu respuesta

Antenas telefónicas

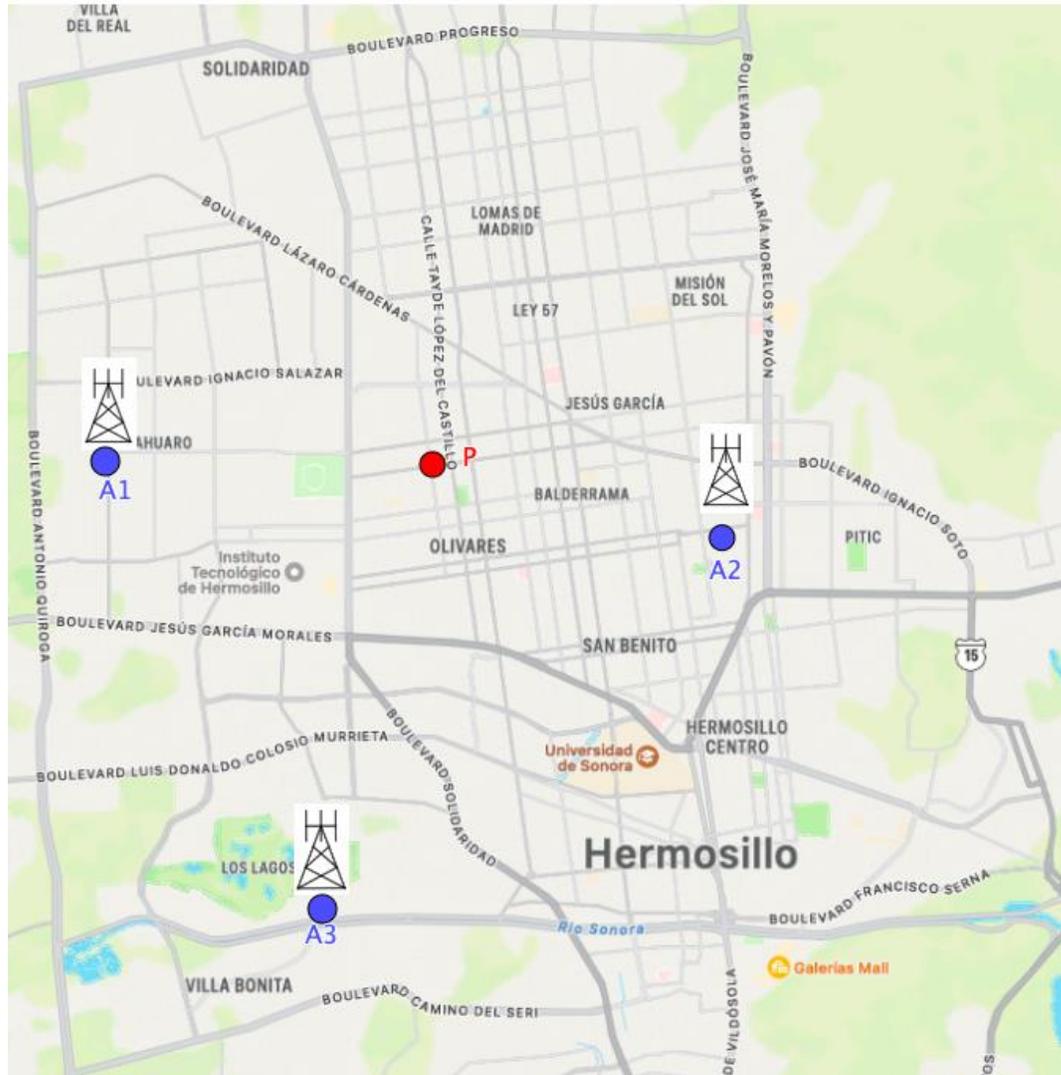


Figura 2. Mapa parcial de Hermosillo con tres antenas telefónicas

8. Marca en el mapa las regiones correspondientes para cada antena, utiliza un color diferente para cada región. Explica cómo es que hiciste la división.

Trabajo grupal



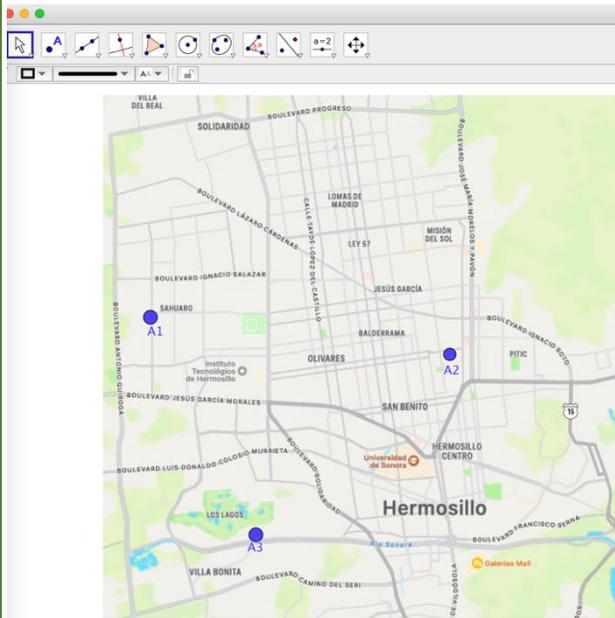
Antenas telefónicas

9. Compara el mapa dividido en regiones con el de los demás participantes, ¿hay diferencias? Describe

Trabajo con GeoGebra

INSTRUCCIONES

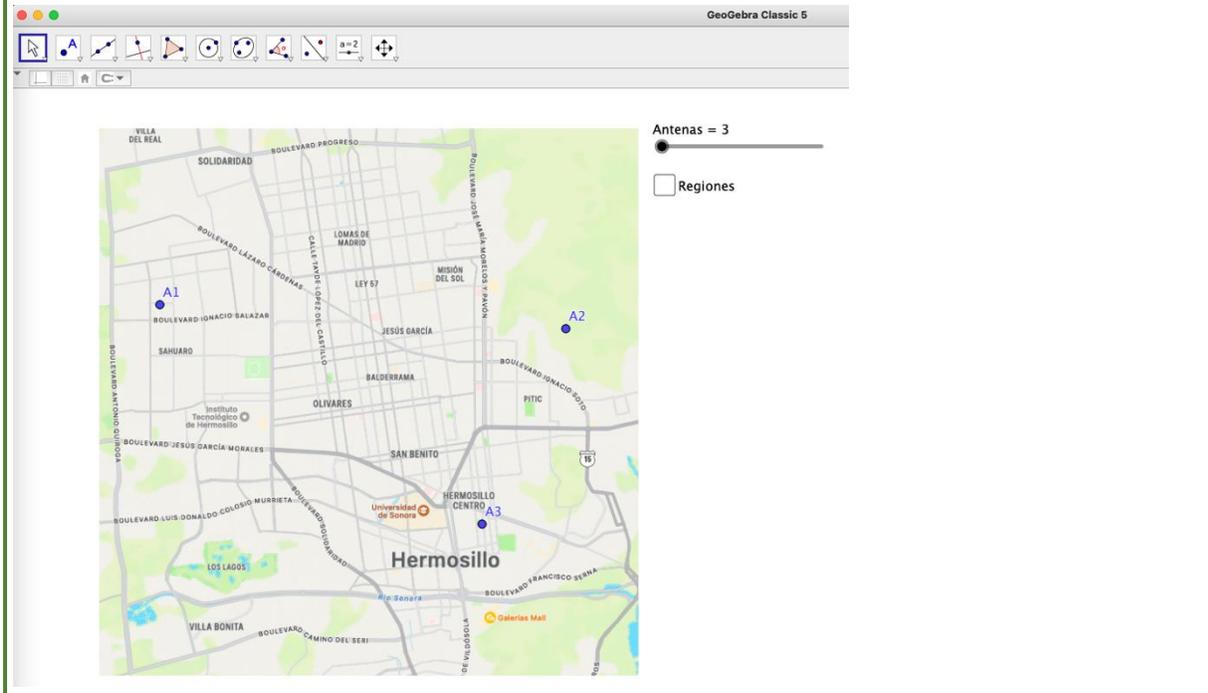
Descargar el archivo antenas.ggb y en pantalla verás la región del mapa con las antenas, explora las diferentes herramientas y úsalas para validar las divisiones realizadas en el mapa (pregunta 7)



10. Describe aquí qué herramientas y cómo las utilizaste para validar tu procedimiento

INSTRUCCIONES

Descargar el archivo Antenas2.ggb. en pantalla podras cambiar el número y ubicación de antenas y activar la casilla de regiones para que sea visible la división, “arrastra” el deslizador y observa como cambian las regiones.



11. ¿La división que aparece en pantalla se corresponde con la que tu realizaste en el mapa de papel para el caso de tres antenas? Explica

12. Cambia la posición de las antenas y observa el comportamiento de las regiones, ¿qué forma geométrica identificas que divide una región de otra?

Etapa 3: Cierre

Nombre: _____

Fecha: _____

13. El procedimiento que aplicaste para dividir las regiones considerando tres antenas en la Figura 2, ¿será válido para situaciones donde haya más de tres antenas telefónicas?, ¿por qué?

14. A partir de la manipulación del applet Antenas2.ggb ¿cómo podrías describir el cambio en las regiones cuando el número de antenas aumenta?

15. A partir de la exploración y análisis del archivo de GeoGebra, ¿qué figura geométrica permite dividir en regiones todas las ubicaciones del mapa para asignar la antena correspondiente?

16. ¿Qué propiedades tiene ese lugar geométrico?

Antenas telefónicas

17. Escribe como explicarías el procedimiento para dividir por regiones el mapa de Hermosillo a partir de conocer la cantidad y ubicación del número de antenas.

